



INSTITUTO FRAY MAMERTO ESQUIÚ
MATEMÁTICA - 2° A - E.S.B.
Prof. Lorena Oliveros

Unidad 3
Números Racionales. Operaciones

Se llama **NÚMERO RACIONAL** a cualquier número que pueda ser expresado como fracción.

Toda fracción da lugar a un número decimal; por lo tanto, podemos definir los racionales de otra manera.

Son números racionales los enteros, los decimales exactos y los decimales periódicos; es decir está formado por todos aquellos números que pueden expresarse en forma de fracción.

El conjunto de **TODOS** los números racionales se representa con la letra \mathbb{Q}

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, \text{ donde } a, b \text{ son números enteros y } b \neq 0 \right\}$$

La palabra **RACIONAL** proviene de "razón" que significa cociente. Por eso toda fracción posee su representación decimal realizando la división del numerador con el denominador.

1) Escribe la fracción que falta para que en cada uno de los casos se llegue a un entero.

a) $\frac{9}{10} + \text{---} = 1$ b) $\frac{5}{8} + \text{---} = 1$ c) $\frac{2}{7} + \text{---} = 1$ d) $\frac{9}{14} + \text{---} = 1$ e) $\frac{13}{25} + \text{---} = 1$

2) **Indicar en los siguientes esquemas a qué fracción de la hoja corresponde cada uno:**

1

<p>a)</p> <p>—</p>	<p>b)</p> <p>—</p>	<p>c)</p> <p>—</p>
<p>d)</p> <p>—</p>	<p>e)</p> <p>—</p>	<p>f)</p> <p>—</p>
<p>g)</p> <p>—</p>	<p>h)</p> <p>—</p>	<p>i)</p> <p>—</p>

- | | |
|---|---|
| <p>¿Cuánto es $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$?</p> <p>¿Cuánto es $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$?</p> <p>¿Cuánto es $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{8}$?</p> | <p>¿Cuánto es $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$?</p> <p>¿Cuánto es $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$?</p> <p>¿Cuánto es $\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{4}$?</p> |
|---|---|

Clasificación de fracciones

- **Propias:** Si *el numerador es menor* que el denominador, la fracción es *menor que la unidad*.

Ejemplo: $\frac{1}{4} = 0,25$ ó $-\frac{2}{5} = -0,4$

- **Impropias:** Si *el numerador es mayor* que el denominador, la fracción es mayor que la unidad.

Ejemplo: $\frac{3}{2} = 1,5$ ó $-\frac{31}{10} = -3,1$

- **Mixtas:** En el número **mixto** $m\frac{a}{b}$, **m** es un número entero y $\frac{a}{b}$ es una fracción menor que la unidad.

Ejemplo: $1\frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 1 + 2}{3} = \frac{5}{3}$

- **Equivalentes:** son las que representan la misma parte de un entero. Para obtener fracciones equivalentes se multiplica o se divide al numerador y al denominador de una fracción por un mismo número entero, distinto de cero.

Una **fracción es irreducible** cuando el numerador y el denominador no tienen divisores comunes distintos de 1. Simplificar una fracción es hallar su equivalente irreducible.

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20} = \frac{30}{75}$$

2

Orden entre los Racionales

Para comparar dos números racionales escritos en forma de fracciones, podemos optar por:

- **Buscar fracciones equivalentes a las dadas de igual denominador.**

Ejemplo: ¿Quién es más grande, $\frac{2}{3}$ o $\frac{3}{4}$?

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4} \text{ porque } \frac{8}{12} < \frac{9}{12}$$

- **Buscar las expresiones decimales correspondientes y comparar.**

Ejemplo: ¿Quién es más grande, $\frac{2}{3}$ o $\frac{3}{4}$?

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4} \text{ porque } 0,6 < 0,75$$

Los números racionales en la recta numérica

Representar un número racional en la recta numérica, es representar donde está ubicada una fracción en dicha recta. Para ello, primero debemos distinguir de qué tipo de fracción estamos hablando, es decir si la fracción es propio o impropia.

- **Propias:** Se divide a la unidad en tantas partes como indica el denominador, luego tomamos, a partir del cero, tantas partes como indica el numerador; a la derecha si la fracción es positiva o a la izquierda si la fracción es negativa.

Por ejemplo: vamos a representar la fracción $\frac{4}{6}$. Para ello dividimos en 6 partes iguales el espacio comprendido entre el 0 y el 1. Luego, a partir del 0, tomamos cuatro de esas divisiones, en esta última posición se encuentra la fracción pedida.

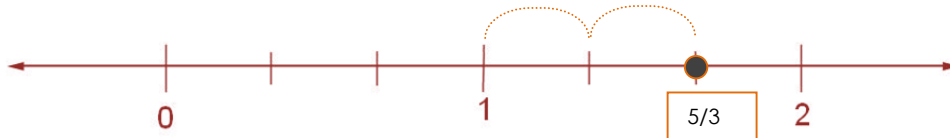


- **Impropia:** Primero es conveniente convertir la fracción impropia a mixta. Esto nos ayuda a ubicarnos en la recta a partir de que número entero debemos comenzar.

El procedimiento es similar al anterior con la salvedad que se realiza entre la parte entera del número mixto y su siguiente entero (en caso de los negativos entre la parte entera y su anterior).

Por ejemplo: vamos a representar la fracción $5/3$. En primer lugar transformamos la fracción impropia en fracción mixta, entonces nos queda $1 \frac{2}{3}$. La parte entera es 1, entonces esa fracción estará entre el 1 y el 2.

Dividimos en tres partes iguales el espacio comprendido entre 1 y 2. Luego a partir del 1, tomamos dos de esas divisiones, en esta última posición se encuentra la fracción pedida.



3) Tachen todas las fracciones que no son equivalentes con la dada.

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{20}{45}$

$\frac{6}{8}$

$\frac{9}{15}$

$\frac{4}{9}$

$\frac{10}{15}$

$\frac{21}{35}$

$\frac{27}{54}$

$\frac{8}{16}$

$\frac{60}{135}$

3

4) Busquen una fracción equivalente cuyo denominador sea una potencia de 10 (o sea 10, 100, 1000, etc.). Después, escriban su expresión decimal.

a) $\frac{4}{5} =$

b) $\frac{-9}{2} =$

c) $\frac{7}{20} =$

d) $\frac{1}{200} =$

e) $-\frac{3}{50} =$

f) $\frac{3}{8} =$

g) $\frac{1}{40} =$

h) $\frac{17}{500} =$

5) Escriban la fracción impropia y la expresión decimal correspondiente.

a) $2\frac{1}{4} =$

b) $-1\frac{2}{3} =$

c) $3\frac{2}{5} =$

d) $-5\frac{3}{10} =$

6) Escriban como fracción irreducible.

a) $0,256 =$

b) $0,015 =$

c) $3,14 =$

d) $6,05 =$

e) $0,3125 =$

f) $1,375 =$

7) Escriban como número decimal y como fracción irreducible.

a) 9 décimos =

b) 90 centésimos =

c) 900 milésimos =

8) Coloque los signos $<$, $>$ o \equiv entre cada *pareja* de números racionales:

1) $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{8}$	2) $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{3}$	3) $\frac{5}{8}$ $\frac{15}{24}$
4) $\frac{-5}{3}$ $\frac{-7}{4}$	5) $\frac{4}{9}$ $\frac{2}{5}$	6) $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{9}$
7) $\frac{-2}{3}$ $\frac{-7}{11}$	8) $\frac{6}{11}$ $\frac{54}{99}$	

9) Agrupen las expresiones equivalentes (las que representan el mismo número racional).

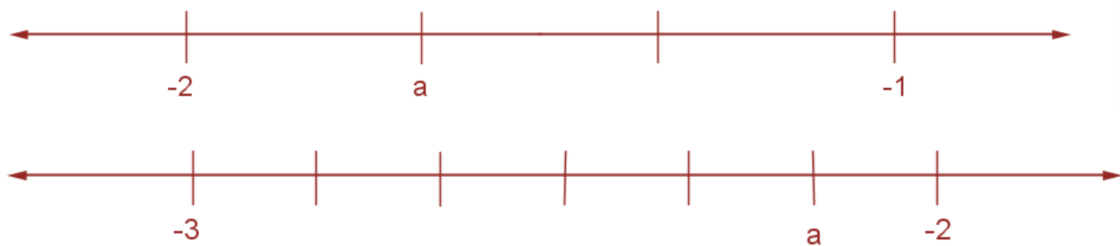
$\frac{135}{60}$	$\frac{9}{40}$	$\frac{25}{8}$	2,25
0,3125	$\frac{3125}{1000}$	$\frac{5}{16}$	0,225
$\frac{27}{120}$	$\frac{3125}{10000}$	$\frac{225}{100}$	$\frac{40}{128}$
3,125	$\frac{9}{4}$	$\frac{225}{1000}$	$\frac{100}{32}$

4

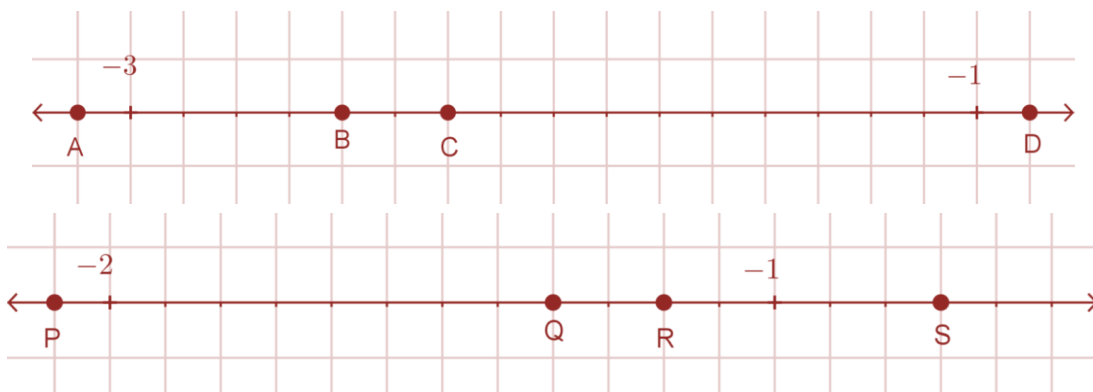
10) Representa en la recta numérica cada una de las siguientes fracciones (una recta por cada fracción)

a) $-\frac{2}{3}$ b) $-\frac{5}{6}$ c) $-\frac{7}{5}$ d) $-\frac{4}{3}$ e) $-\frac{11}{4}$
 f) $-\frac{8}{3}$ g) $-\frac{3}{10}$ h) $-\frac{237}{7}$ i) $-\frac{13}{6}$ j) $-\frac{5}{9}$
 k) $\frac{107}{3}$ l) $\frac{4}{5}$ m) $\frac{3}{5}$ n) $\frac{1}{4}$ o) $\frac{23}{4}$
 p) $\frac{219}{4}$ q) $\frac{2}{9}$ r) $\frac{14}{3}$ s) $\frac{324}{9}$ t) $\frac{7}{13}$

11) ¿Qué número es el que está representado con la letra "a" en cada caso? Escribirlo como fracción e indicar su expresión decimal.



12) Escribe la fracción irreducible y la expresión decimal que corresponde a cada letra.



- 13) Resuelve los siguientes problemas utilizando fracciones o representación de fracciones.
- Las tres quintas partes del sueldo de Bianca constituyen \$660 ¿Cuánto gana Bianca?
 - Agustín corta, por la mañana, el césped de los $\frac{3}{5}$ de la pradera de un parque. Por la tarde, riega el resto, que equivale a 4000 m². ¿Cuántos metros cuadrados tiene la pradera?
 - En 2º A, la tercera parte del curso son hinchas de Quilmes, un cuarto de Peñarol y a 15 chicos no les interesa el básquet. ¿Qué cantidad de alumnos hay en 2ºA?
 - En 2ºB, las tres quintas partes del curso aprobó el segundo examen de matemáticas, la mitad de la parte restante desaprobaron y 7 estuvieron ausentes. ¿Qué cantidad de alumnos hay en 2ºB?
 - En 2ºC, las dos séptimas partes del curso no hizo la tarea de matemáticas, un quinto del resto estaba ausente y 16 entregaron correctamente la tarea. ¿Cuántos alumnos hay en 2ºC?
- 14) En la fiesta de Florencia se sirvieron 72 alfajores, de los cuales las dos terceras partes eran de chocolate y el resto, de dulce de leche. De los de chocolate, cinco octavos tenían pedacitos de nuez, y las tres cuarta partes de los de dulce de leche tenían almendras.
- ¿Cuántos había de cada uno de los cuatro gustos?
 - ¿Qué fracción del total representan los alfajores de chocolate con nuez?
- 15) Jesica trabaja en una confitería. Prepara tortas que se venden en porciones. Los gustos son: chocolate, merengue, frutillas con crema y mil hojas. Todas las tortas pesan 2 kg. Si las de chocolate se cortan en 8 porciones, las de merengue en 10 porciones, las de frutilla en 9 porciones y las mil hojas en 12 porciones. ¿Cuál es el peso de cada porción, en gramos? Si una persona compra una porción de cada gusto ¿se lleva más o menos de un kg de torta?
- 16) Candela es una gran lectora y está organizando su biblioteca. Ya registró los $\frac{2}{5}$ de sus libros. Le queda por registrar la mitad más 800. ¿Cuántos libros forman su biblioteca?
- 17) Juan Cruz es albañil y está reformando el quincho de la casa de Agustina. El lunes realizó la cuarta parte del trabajo. El martes los $\frac{3}{8}$. El miércoles los $\frac{5}{16}$ del mismo y el jueves lo terminó. ¿Cuál fue el día de la semana que más le rindió? Si Agustina le abona por jornada proporcionalmente al trabajo que realiza cada día, y el trabajo total estaba cotizado en \$500, ¿cuánto cobró Juan Cruz cada día?
- 18) Carolina gastó un tercio de sus ahorros en libros para la escuela y cinco novenos de sus ahorros en un regalo de cumpleaños para su mamá.
- ¿Qué parte de sus ahorros gastó?
 - ¿Qué parte le quedó?
 - ¿Gastó más en los libros o en el regalo?
 - Si tenía ahorrado \$126, ¿Cuánto le costaron los libros? ¿Y el regalo?, ¿Cuánto le sobro?

- 19) Fernando es agrimensor y está estudiando caminos. La cuarta parte de un camino es de tierra; las dos quintas partes de empedrado y el resto está asfaltado.
- ¿Qué parte del camino está asfaltado?
 - ¿Cuál de las tres partes del camino es mayor?
 - Si el camino tuviera 140 km, ¿Cuántos km serían de empedrado?, ¿Cuántos de tierra?

Operaciones con Números Racionales

- **Sumas y Restas:** Para sumar o restar números racionales se procede como se ha visto en los años anteriores.

$$-\frac{1}{7} + \frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{-1+5-2}{7} = \frac{2}{7} \quad \text{Suma de fracciones de igual denominador}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{5}{3} = -\frac{3}{6} + \frac{10}{6} = \frac{7}{6} \quad \text{Suma de fracciones de distinto denominador}$$

- **Multiplicación y División:**

- ✓ Para multiplicar dos fracciones: se multiplica numerador con numerador y denominador con denominador.

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{5}{7} = \frac{(-2) \cdot 5}{3 \cdot 7} = -\frac{10}{21}$$

- ✓ Para dividir dos fracciones: se multiplica la primera fracción por el inverso multiplicativo de la segunda

$$\frac{5}{8} : \left(-\frac{10}{3}\right) = \frac{5}{8} \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) = \frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{16}$$

$$(-2) : \left(-\frac{1}{3}\right) = (-2) \cdot (-3) = 6$$

- 20) Resuelve las siguientes operaciones. En caso de los números decimales, expresar primero como fracción

$$a) \frac{5}{4} + \frac{3}{7} = \quad b) \frac{7}{8} + \frac{5}{24} = \quad c) 1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{9} = \quad d) \frac{2}{3} + \frac{5}{12} - \frac{1}{5} =$$

$$e) \frac{2}{3} - \left(1 + \frac{1}{5}\right) - \frac{3}{15} + \frac{9}{45} = \quad f) -\frac{1}{5} + \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{7}{6} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right) =$$

$$g) 2 - \left(-\frac{1}{2} + 5\right) - \left(-2 + \frac{4}{5} + 8\right) - \frac{5}{2} + \frac{7}{3} = \quad h) \frac{3}{4} - 0,5 - \left(-\frac{2}{3}\right) =$$

$$i) -\frac{3}{9} + \frac{1}{6} - \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{2} = \quad j) - \left[0,4 + \frac{3}{4} - \left(1 + \frac{1}{2}\right)\right] =$$

- 21) Resuelve los siguientes productos y cocientes:

$$a) \frac{3}{5} : \frac{4}{9} =$$

$$b) \left(-\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{6}{7}\right) =$$

$$c) \left(-\frac{6}{22}\right) \cdot \left(-\frac{55}{12}\right) \cdot (-4) =$$

$$d) \frac{1}{2} : (-5) =$$

$$e) \left(-\frac{16}{26}\right) \cdot \frac{39}{25} \cdot \left(-\frac{15}{24}\right) =$$

$$f) \left(\frac{3}{4} : \frac{4}{10}\right) \cdot \left(-\frac{3}{8} : \frac{9}{4}\right) =$$

- 22) Resuelve los siguientes cálculos combinados

$$a) 1 - \left\{\frac{2}{3} + \left[\frac{3}{2} - \frac{5}{6} - \left(3 - \frac{1}{2}\right)\right]\right\} = \quad b) 4 + \left(\frac{1}{2} - 3\right) : \left(-\frac{1}{10}\right) = \quad c) \left(1 - \frac{7}{8}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5} =$$

$$d) \frac{1}{2} - \left[\frac{3}{4} + \left(-\frac{2}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} - 2 \right) \right] = \quad e) \frac{\frac{1}{2} + 3}{4} + \frac{1}{3} = \quad f) 2 - 3 \cdot \left(\frac{1-5}{1-\frac{1}{3}} \right) =$$

$$g) 3 - 2 \cdot \left(\frac{1-\frac{1}{2}}{2+\frac{1}{3}} \right) = \quad h) \frac{2}{5} + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2-\frac{4}{3}}{2-\frac{1}{5}} \right) = \quad i) \left(5 - \frac{9}{2} \right) \cdot \frac{4}{3} - \left(-\frac{1}{3} \right) : \left| -1 - \frac{1}{2} \right| =$$

Potenciación y Radicación de números Racionales

Hemos visto en la unidad anterior, que tanto la potenciación como la radicación, son distributivas en el cociente. Como los números racionales son el cociente de números enteros, definimos la potencia y radicación de fracciones como:

$$\left(\frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad a, b \text{ enteros y } b \neq 0$$

Como es un cociente de números enteros, valen todas las propiedades de potencia y radicación vistas

Ejemplos:

$$\left(-\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^3 = \left(-\frac{1}{2} \right)^{2+3} = \left(-\frac{1}{2} \right)^5 = \frac{(-1)^5}{2^5} = -\frac{1}{32}$$

$$\left(-\frac{2}{3} \right)^7 : \left(-\frac{2}{3} \right)^5 = \left(-\frac{2}{3} \right)^{7-5} = \left(-\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{(-2)^2}{(3)^2} = \frac{4}{9}$$

$$\left[\left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right]^3 = \left(-\frac{1}{2} \right)^{2 \cdot 3} = \left(-\frac{1}{2} \right)^6 = \frac{1}{64}$$

En el caso de la potencia, **si el exponente es un entero negativo**, se invierte la fracción y se eleva al mismo exponente pero positivo. Ejemplos:

$$\left(-\frac{2}{3} \right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2} \right)^2 = \frac{4}{9} \quad \left(-\frac{1}{3} \right)^{-3} = \left(-\frac{3}{1} \right)^3 = (-3)^3 = -27 \quad (-2)^{-5} = \left(-\frac{1}{2} \right)^5 = -\frac{1}{32}$$

23) Halla las raíces que tengan solución en \mathbb{Q}

$$a) \sqrt{\frac{49}{25}} = \quad b) \sqrt{\frac{121}{144}} = \quad c) \sqrt{\frac{1}{100}} = \quad d) \sqrt[4]{-\frac{16}{81}} =$$

$$e) \sqrt[3]{-\frac{64}{125}} = \quad f) \sqrt[3]{\frac{1}{1000}} = \quad g) \sqrt{-\frac{16}{25}} = \quad h) \sqrt[4]{\frac{16}{81}} =$$

$$i) \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = \quad j) \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \quad k) \sqrt[4]{\frac{81}{256}} = \quad l) \sqrt{-\frac{1}{100}} =$$

24) Calcula las siguientes potencias. Escribir los números que estén en forma decimal en fracción previamente.

$$a) \left(-\frac{2}{3} \right)^3 = \quad b) (-3)^{-2} = \quad c) (0,4)^{-1} =$$

$$d) (1,2)^{-3} = \quad e) \left(\frac{7}{3} \right)^{-3} = \quad f) \left(-\frac{1}{4} \right)^{-1} =$$

$$g) \left(\frac{1}{2} : \frac{5}{6} \right)^{-1} = \quad h) \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{4} \right)^{-1} = \quad i) \left(-2 + \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{5} \right)^{-2} =$$

25) Resolver aplicando propiedad distributiva de la raíz:

$$a) \sqrt{\frac{81}{49} \cdot \frac{9}{25}} = \quad b) \sqrt{\frac{100}{36} : \frac{9}{16}} = \quad c) \sqrt{\frac{144}{49} \cdot \frac{36}{121}} = \quad d) \sqrt[3]{\frac{512}{100} : \left(-\frac{64}{343} \right)} = \quad e) \sqrt[3]{-\frac{125}{27} : \frac{8}{27}} =$$

26) Resolver:

$$\begin{aligned} \text{a)} \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2 : \frac{1}{4} + 2 = & \quad \text{b)} \sqrt{\left(6 - \frac{7}{3}\right) \cdot \frac{11}{12}} + \left(1 - \frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{12}{5} - 2 = & \quad \text{c)} \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{6}\right] : \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \\ \text{d)} \left(1 - \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{25}} = & \quad \text{e)} \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{13}{4}} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(3 - \frac{1}{3}\right) : 4 = & \quad \text{f)} \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} : \frac{2}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{3}{2}\right)^2 = \end{aligned}$$

27) Resolver y simplificar el resultado

$$\begin{aligned} \text{a)} \frac{4}{3} - \frac{12}{6} - \frac{3}{9} = & \quad \mathbf{R} = -1 \\ \text{b)} \frac{2}{3} + \frac{1}{5} - \frac{7}{6} = & \quad \mathbf{R} = -\frac{3}{10} \\ \text{c)} \frac{15}{8} : \left[\frac{10}{4} \cdot \left(\frac{-5}{3}\right)\right] = & \quad \mathbf{R} = -\frac{9}{20} \\ \text{d)} \frac{\left(2 - \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{6} : \frac{2}{3}} = & \quad \mathbf{R} = 1 \\ \text{e)} \frac{10}{3} \cdot \left[\frac{4}{5} - \left(\frac{2}{3} + \frac{7}{6}\right)\right] = & \quad \mathbf{R} = -\frac{31}{9} \\ \text{f)} \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{2}{9} + \frac{5}{6}} = & \quad \mathbf{R} = \frac{12}{95} \\ \text{g)} \frac{2}{5} : \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(6 - \frac{7}{4}\right) = & \quad \mathbf{R} = -\frac{51}{20} \\ \text{h)} \frac{3}{4} - 2\left(5 - \frac{14}{3}\right)^2 + \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) = & \quad \mathbf{R} = \frac{8}{45} \\ \text{i)} 2 : \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) - 3\left(1 - \frac{1}{2}\right) = & \quad \mathbf{R} = \frac{3}{2} \\ \text{j)} 3^2 \cdot \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{7}{2} - 5\right)\right] : \left(-\frac{3}{8}\right) - \left(\frac{9}{4} - \frac{11}{6}\right) = & \quad \mathbf{R} = -\frac{533}{12} \\ \text{k)} \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{2}{5} : \frac{6}{15}\right) = & \quad \mathbf{R} = -\frac{1}{18} \\ \text{l)} \frac{10}{4} - \frac{3}{2} : \left[\frac{6}{5} - \frac{8}{5} \cdot \left(4 - \frac{9}{2}\right)\right] = & \quad \mathbf{R} = \frac{7}{4} \\ \text{m)} \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{7}{10}\right) - \frac{3}{4} \cdot \left(3 - \frac{1}{5}\right) = & \quad \mathbf{R} = -\frac{97}{60} \end{aligned}$$

8

28) Efectuar las siguientes operaciones, aplicando propiedades.

$$\begin{aligned} \text{a)} [(0,5)^{-2}]^3 = & \quad \text{b)} \left(\frac{4}{7}\right)^7 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{7}{4}\right)^{-5} = \\ \text{c)} \left[\sqrt[4]{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{-\frac{1}{2^3}}\right]^{-3} = & \quad \text{d)} \left[\left(\frac{3}{8}\right)^5\right]^4 : \left(\frac{3}{8}\right)^{19} \cdot \left(\frac{3}{8}\right) = \\ \text{e)} \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}\right]^{-3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^7 \cdot (-1)^7 : \left(\frac{4}{3}\right)^{-14} = & \quad \text{f)} \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^{27} : \left(-\frac{2}{5}\right)^{26}\right]^2 : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^{-1}\right]^2 = \end{aligned}$$

29) Resuelve los siguientes cálculos:

$$\begin{aligned} \text{a)} \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{6}{2}\right)^2 : \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1}\right] \cdot \left(-\frac{3}{32}\right) = & \quad \text{b)} -\frac{2}{5} + \left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left[\frac{1}{5} - \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{9}\right)^0\right] - 1\right\} = \\ \text{c)} \left(\frac{4}{9} : \frac{4^2}{2 \cdot 3^2}\right)^{-1} + \left[\left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)\right]^{-2} - \left[\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2} + 25\right] = & \quad \text{d)} \left(\frac{7}{3}\right)^5 : \left(\frac{3}{7}\right)^{-4} + \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^2 - \left(-\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{6}\right)^{-1} = \\ \text{e)} 3 : \frac{1}{10} - \left(1 - \frac{2}{3}\right)^{-2} + \sqrt[3]{\frac{7}{8} - 1} = & \quad \mathbf{R} = \frac{41}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{9} : \frac{4}{11} - 1 : \frac{3}{2} + \frac{4}{9}(-2) + \frac{4}{3}(-1) - \left(\frac{5}{18} - \frac{2}{3}\right) \frac{3}{2} = \quad \mathbf{R = -2}$$

$$-\frac{1}{2} + \left[\frac{1}{9} + \frac{5}{2} - \frac{2}{3} \left(-\frac{3}{4} - 1 + 3 \right) - \frac{1}{6} \right] = \quad \mathbf{R = \frac{10}{9}}$$

$$\frac{125}{4} \left(-\frac{8}{5} \right) \frac{1}{10} - \frac{4}{3}(-2) - \left(-\frac{15}{16} \right) \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) - \left(-\frac{5}{12} \right) \left(-\frac{7}{2} \right) = \quad \mathbf{R = -\frac{77}{12}}$$

$$\left[\frac{2}{5} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) + \left(\frac{6}{5} \right)^2 \right] : \frac{1}{2} + 2 \left(-\frac{1}{10} \right)^2 = \quad \mathbf{R = \frac{5}{2}}$$

$$\left[4 : \left(\frac{4}{5} - \frac{6}{5} \right) \right]^1 - \left[2 \left(-\frac{1}{10} \right) + \left(1 - \frac{1}{2} \right)^2 \right] : \frac{1}{10} = \quad \mathbf{R = -\frac{3}{5}}$$

$$) \quad \left(2 - \frac{3}{4} - \frac{7}{12} \right) \frac{4}{5} - \sqrt[3]{1 - \frac{7}{8}} = \quad \mathbf{R = \frac{1}{30}}$$

$$) \quad \left(\sqrt{1 - \frac{1}{2}} \right)^4 - 2 : \frac{8}{3} + \frac{6}{5} \times \frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3} \right)^3 \frac{3}{4} = \quad \mathbf{R = \frac{7}{90}}$$

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right)^2 - \left(\frac{3}{2} \right)^{-2} - \left(-\frac{1}{4} \right)^{-1} : 2 - 6 : \frac{8}{3} - (-1)^{-2} = \quad \mathbf{R = -\frac{13}{9}}$$

$$\frac{\sqrt{1 - \frac{3}{4}} \left(-\frac{2}{3} \right) + \sqrt{\frac{4}{25}} : \left(\frac{5}{4} \right)^{-1}}{\frac{1}{16} + \sqrt[3]{\frac{1}{8} - \frac{3}{4}}} = \quad \mathbf{R = -\frac{22}{3}}$$

$$) \quad \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right)^2 : \frac{5}{6} - \sqrt{\frac{1}{9}}}{\sqrt[3]{\frac{1}{8}} + \left(1 - \frac{1}{3} \right)^2} : \frac{9}{8} = \quad \mathbf{R = -\frac{3}{10}}$$

$$\frac{4\sqrt{\frac{1}{16}} \left(-\frac{4}{3} \right) + \left(-\frac{3}{4} \right)^2 : \frac{9}{8}}{\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{1}{36}} : \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{4} \right)^{-1}} = \quad \mathbf{R = -\frac{2}{17}}$$

$$) \quad \frac{\sqrt[5]{\frac{1}{32}} : \left(\frac{2}{3} \right)^{-1} + \sqrt{1 - \frac{16}{25}}}{\left(1 - \frac{1}{3} \right) \frac{9}{4} + \frac{1}{2} - \frac{4}{5} : \left(\frac{15}{2} \right)^{-1}} = \quad \mathbf{R = \frac{4}{15}}$$

Expresiones decimales Exactas y Periódicas

Para hallar la expresión decimal de una fracción se divide el numerador por el denominador:

- Si al efectuar la división se obtiene resto cero, es decir, posee una cantidad de **cifras decimales finitas**, la expresión decimal es **exacta**

Ejemplos:

$$\frac{3}{4} = 0,75 \qquad \frac{5}{2} = 2,5$$

- Si al efectuar la división no se obtiene resto cero, entonces una o algunas cifras se repiten indefinidamente después de la coma, y la **expresión decimal es periódica**.

- Es **periódica pura** cuando todas las cifras decimales componen el período

Ejemplos:

$$\frac{1}{3} = 0,3333 \dots = 0,\hat{3} \qquad \frac{46}{9} = 5,1111111\dots = 5,\hat{1}$$

Para pasar un número decimal periódico puro a fracción se procede de la siguiente manera:

En el numerador, copiamos el número dado sin la coma y le restamos la parte entera. En el denominador pondremos tantos nueves como cifras periódicas tengamos.

Ejemplos:

$$3,\hat{2} = \frac{32-3}{9} = \frac{29}{9} \qquad 18,\hat{25} = \frac{1825-18}{99} = \frac{1807}{99}$$

- Es **periódica mixta** cuando hay una parte decimal no periódica delante del período, es decir, después de la coma existen número no periódicos, y a continuación comienzan los números periódicos

Ejemplos:

$$\frac{193}{90} = 2,144444 \dots = 2,1\hat{4} \qquad \frac{2932}{900} = 3,25777777\dots = 3,25\hat{7}$$

Para pasar un número decimal periódico mixto a fracción se procede de la siguiente manera: En el numerador, copiamos el número dado sin la coma y le restamos el número formado por las cifras que no son periódicas. En el denominador pondremos tantos nueves como cifras periódicos tengamos y a continuación tantos ceros como cifras no periódicas tengamos.

$$7,11\hat{2} = \frac{7112-711}{900} = \frac{6401}{900}$$

Todo número racional tiene una expresión decimal exacta o periódica.

1. Hallar la fracción irreducible correspondiente a cada uno de los siguientes casos:

a) $0,76 =$ b) $0,9 =$ c) $1,02 =$ d) $0,09 =$

2. Calcula la expresión decimal de cada una de la fracciones siguientes e indica si es exacta, periódica pura o mixta.

$\frac{2}{5} =$ $\frac{7}{3} =$ $\frac{7}{4} =$ $\frac{25}{9} =$ $\frac{3}{100} =$ $\frac{47}{12} =$

3. Expresa como fracción irreducible las siguientes expresiones decimales periódicas. Muestra el procedimiento empleado:

$0,18\overline{5} =$ $7,4\overline{8} =$ $2,0\overline{3} =$
 $3,0\overline{8} =$ $3,0\overline{8} =$ $-0,2\overline{5} =$
 $-1,7\overline{5} =$ $5,18\overline{2} =$ $-2,14\overline{2} =$
 $0,1\overline{23} =$ $-0,00\overline{2} =$ $4,4\overline{3} =$

4. Resuelve los cálculos combinados transformando los números decimales a fracción previamente:

a) $0,1 + 3 \cdot \left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) - 0,18 =$ b) $0,1\overline{8} - \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) - \frac{4}{5} \cdot 22 =$ c) $\frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{2} - 1\right)^{-3} + \sqrt[3]{\frac{1}{4} \cdot (-2)} + 0,6 =$
d) $\frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{10}{3}\right) + 1,2 \cdot 1,5 =$ e) $\left(1,3 \cdot 0,5 - \frac{1}{20}\right)^{-2} =$ f) $\sqrt[3]{\left(\frac{7}{3} - 0,1\right) \cdot \frac{50}{3}} =$
g) $\frac{0,4\overline{3}}{0,3} + 1,2 =$ h) $(0,15)^{-1} \cdot \sqrt{1,44} - \sqrt[4]{2,5 \cdot 0,025} =$

5. ¡Desafío para audaces!

a)
$$\frac{\sqrt{\sqrt{(0,3)^4} \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{3}{5} \cdot \frac{45}{2} \cdot 6\right)^{-2}} \cdot (0,6-1)^2}}{\frac{5^2 + 5\sqrt{20-2^2}}{7^2 - [(0,1)^{-1} + 1]} \cdot \sqrt{\frac{\frac{2}{3}-1}{-0,16} + \frac{(0,25)^{-1}(0,25)^3(0,25)^{-6} + \frac{3}{16}}{(0,25)^0[(0,25)^{-2}]^3}}}} =$$

b)
$$\left[\frac{0,6(-0,5) + 1,75(-6) + 2^2(\sqrt{25})^{-1}}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{6 + 5 \cdot 0,5 \cdot 10^2} + \sqrt[3]{\sqrt{2^5 + 3,2 \cdot 10}}}}} \right]^{-2} =$$

$$\frac{\sqrt{-0,2 + (0,1)^{-1} \cdot 0,5 - 0,8 - 0,75}}{-1 \cdot 0,3 + \sqrt{3(-1,2)(-0,1)}}$$

Porcentaje



El porcentaje es una relación entre dos cantidades, que expresa una parte con respecto al entero.

Una fracción cuyo denominador es **100** expresa un *porcentaje* o un *tanto por ciento*

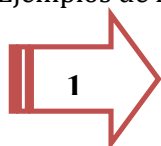
Para calcular un porcentaje, se utilizan tres cantidades: *el porcentaje, la cantidad total y la cantidad parcial*.

$$\frac{\text{porcentaje}}{100} \times \text{cantidad total} = \text{cantidad parcial}$$

¡¡¡CUALQUIERA DE LAS TRES CANTIDADES PUEDE SER LA INCÓGNITA!!!

Para resolver un problema debes identificar cuál de ellas es la que falta.

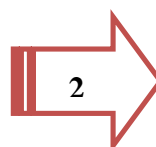
Ejemplos de los tres casos:



Falta la cantidad parcial

En una escuela de 450 alumnos, sólo asistieron el 30% ¿cuántos chicos fueron a la escuela?

$$\begin{aligned} \frac{30}{100} \cdot 450 &= x \\ 135 &= x \end{aligned}$$

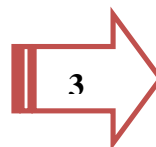


Falta el porcentaje

En un curso de 30 alumnos, hoy vinieron 24. ¿Cuál es el porcentaje de asistencia?

$$\begin{aligned} \frac{x}{100} \cdot 30 &= 24 \\ x &= \frac{24 \cdot 100}{30} \\ x &= 80\% \end{aligned}$$

Rta: asistieron 135 alumnos. (Faltaron 315 alumnos, faltó el 70%)



Falta la cantidad total

En una empresa, el 25% de los empleados son varones. Si hay 50 varones. ¿Cuántos empleados tiene la empresa?

$$\begin{aligned} \frac{25}{100} \cdot x &= 50 \\ x &= \frac{50 \cdot 100}{25} \\ x &= 200 \end{aligned}$$

Rta: asistió el 80% de los alumnos.
(Faltó el 20% de los alumnos, faltaron 6 alumnos)

Rta: Hay 200 empleados. (El 75% de los empleados son mujeres, hay 150 mujeres)

Por ser un número racional, el porcentaje puede escribirse como fracción irreducible (simplificada), si es posible, o como una expresión decimal. Por ejemplo:

$$\frac{20}{100} = 0,2 = \frac{1}{5} \Rightarrow 20\%$$

$$\frac{25}{100} \cdot 800 = 200 \quad \text{o} \quad 0,25 \cdot 800 = 200 \quad \text{o} \quad \frac{1}{4} \cdot 800 = 200$$

Actividades:

1) Completa las siguientes frases:

- De los 35 alumnos, 10 faltaron porque la lluvia les impidió salir de su casa. El porcentaje de alumnos ausentes es
- 63 de cada 100 habitantes de Mar del Plata tienen más de 65 años. El porcentaje de los habitantes con más de 65 años es
- De los 33 alumnos de 2ªA, 16 de ellos son varones. El porcentaje de alumnos varones del curso es
- En la biblioteca existen 534 libros registrados de los cuales 39 son de matemática. El porcentaje de libros de matemática que hay en el biblioteca es.....

2) Expresar como fracción irreducible los siguientes porcentajes:

- a) 10% b) 25% c) 40% d) 75% e) 84% f) 92%

3) Calcular:

- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) El 58% de 4800 es | 8) El 90% de 4100 es | 15) El 39% de 7600 es |
| 2) El 73% de 4400 es | 9) El 77% de 7200 es | 16) El 86% de 122 es |
| 3) El 12% de 1700 es | 10) El 3% de 4400 es | 17) El 58% de 7800 es |
| 4) El 81% de 2315 es | 11) El 48% de 9512 es | 18) El 17% de 140 es |
| 5) El 78% de 5200 es | 12) El 7% de 9300 es | 19) El 32% de 4300 es |
| 6) El 75% de 2200 es | 13) El 93% de 2300 es | 20) El 1% de 710 es |
| 7) El 68% de 210 es | 14) El 9% de 215 es | |
| 21) 7505 es el 79% de | 28) 1980 es el 55% de | 35) 2380 es el 68% de |
| 22) 850 es el 17% de | 29) 3337 es el 71% de | 36) 3608 es el 41% de |
| 23) 3312 es el 46% de | 30) 682 es el 11% de | 37) 456 es el 8% de |
| 24) 2460 es el 41% de | 31) 1352 es el 26% de | 38) 896 es el 64% de |
| 25) 4392 es el 72% de | 32) 297 es el 9% de | 39) 2226 es el 42% de |
| 26) 368 es el 92% de | 33) 528 es el 12% de | 40) 4095 es el 45% de |
| 27) 1829 es el 59% de | 34) 56 es el 7% de | |
| 41) 460 es el% de 9200 | 48) 1998 es el% de 5400 | 55) 1298 es el% de 2200 |
| 42) 516 es el% de 600 | 49) 713 es el% de 3100 | 56) 396 es el% de 1800 |
| 43) 9021 es el% de 9700 | 50) 1260 es el% de 7000 | 57) 3036 es el% de 6900 |
| 44) 7047 es el% de 8100 | 51) 5226 es el% de 7800 | 58) 792 es el% de 2400 |
| 45) 3618 es el% de 5400 | 52) 1080 es el% de 6000 | 59) 5568 es el% de 5800 |
| 46) 2160 es el% de 3600 | 53) 0 es el% de 4500 | 60) 3050 es el% de 5000 |
| 47) 17 es el% de 100 | 54) 2400 es el% de 8000 | |

4) Completa las siguientes expresiones de forma que queden expresadas como fracciones de denominador 100 y por lo tanto como porcentajes.

- a) $\frac{1}{5} = \frac{\quad}{100} = \quad \%$ c) $\frac{2}{25} = \frac{\quad}{100} = \quad \%$ e) $\frac{1}{20} = \frac{\quad}{100} = \quad \%$
- b) $\frac{3}{5} = \frac{\quad}{100} = \quad \%$ d) $\frac{4}{25} = \frac{\quad}{100} = \quad \%$ f) $\frac{3}{20} = \frac{\quad}{100} = \quad \%$



El **descuento** o **disminución porcentual** es una rebaja sobre una determinada cantidad. Se utiliza con mucha frecuencia en el comercio. El término presenta un uso muy popular en el Marketing, ya que allí se denomina descuento a la reducción de un porcentaje sobre el precio que tiene un bien o un servicio.

Modos de calcular el descuento: en estos dos procedimientos lo que cambia es qué información obtengo primero.

Método Indirecto	Método Directo
<p>Compro un par de zapatillas que cuestan \$2.400 y obtengo un 20% de descuento por pago en efectivo.</p> <p>A) ¿Cuánto dinero me descontaron?</p> <p>B) ¿Cuánto pagué por el artículo?</p> $\frac{20}{100} \cdot \$2400 = \480 <p style="text-align: right;">descuento</p> $\text{Luego: } \$ 2.400 - \$ 480 = \$ 1.920$ <p style="text-align: right;">pagué</p>	<p>En este método se aplica el razonamiento que, si me descuentan el 20% del precio de las zapatillas, entonces voy a pagar el 80%. En consecuencia, se calcula directamente, el monto a pagar.</p> $\frac{80}{100} \cdot \$2400 = \$ 1.920$ <p>Luego: \$2.400 – \$ 1.920 = \$ 480</p>

El **recargo** o **aumento porcentual** es una cantidad que debe aumentarse o “recargarse” al precio de un bien, deuda o servicio.



Método Indirecto	Método Directo
<p>Compro un par de zapatillas que cuestan \$2.400 y me realizan un 10% de recargo por pago en con tarjeta, en cuotas.</p> <p>A) ¿Cuánto dinero me recargaron?</p> <p>B) ¿Cuánto pagué por el artículo?</p> $\frac{10}{100} \cdot \$2400 = \240 <p style="text-align: right;">recargo</p> $\text{Luego: } \$ 2.400 + \$ 240 = \$ 2.640$ <p style="text-align: right;">pagué</p>	<p>En este método se aplica el razonamiento que, si me recargan el 10% del precio de las zapatillas, entonces voy a pagar el 110%. En consecuencia, se calcula directamente, el monto a pagar.</p> $\frac{110}{100} \cdot \$2400 = \$ 2.640$ <p>Luego: \$2.640 – \$ 2.400 = \$ 240</p>

Para plantear correctamente los problemas, debes interpretar bien cuál es la información dada.

5) Resolver:

- a) Milagros y Martin discuten sobre quien tiene mejor puntería. Martin ha hecho blanco 26 de 32 veces; Milagros 30 de 36. Hallar los porcentajes de acierto de cada uno y decir quien tiene mayor puntería.
- b) Un vendedor me ofrece una notebook a \$28.000, precio de costo. Al llegar a la caja me hacen un recargo del 21% por el IVA. ¿Cuánto deberé pagar por la notebook?
- c) Seba ahorró durante el verano \$12.000 por realizar algunos trabajos en su casa y en la de su familia. Decide ir a comprarse el teléfono celular que le gustaba. Cuando llega a la empresa de telefonía, pregunta el precio al vendedor y le dijo que costaba \$13.200. Sebastián, arrugo la frente entristecida. El

vendedor le comunicó que si lo compraba en efectivo se le realizaría un descuento del 12 %. Le alcanza su dinero para comprar el celular en efectivo?

- d)** Emanuel quiere comprarse una campera para el invierno. Fue a dos negocios: Lacar y Alpine Skate. La campera que le gustaba costaba \$6.640 en Lacar, y por comprarla en efectivo le ofrecían un descuento del 14%. En Alpine Skate la misma campera estaba \$7.020 pero el descuento que le hacen es del 19%. ¿Dónde le conviene comprar la campera a Emanuel?
- e)** Camila, Rocío y Valentina salieron de compras con sus padres. Las tres querían comprarse la misma planchita para el pelo ya que el sábado tenían una fiesta. A Camila le compraron la planchita a \$659 en Garbarino, y por pagar con tarjeta le hicieron un recargo del 12%. A Rocío le cobraron \$664 en Red Megatone, y por pagar con tarjeta le hicieron un recargo del 8%. A Valentina se la compraron de contado en Fravega, así que a la planchita que estaba \$697 le hicieron un descuento del 10%. ¿Cuál de las chicas compra la planchita más barata? ¿Quién la pago más cara?
- f)** En 2017, una familia tipo gastó \$ 9.300 en alimentación. ¿Cuánto ha pagado en 2018 por los mismos productos si la canasta familiar subió un 23%?
- g)** Un tonel lleno de vino pesa 65 kg. Si el peso del recipiente representa un 4% del peso total, calcula el peso del vino.
- h)** Para hacer 80 litros de jugo de naranja industrial se mezcla el extracto de naranja con 60 l de agua. ¿Qué porcentaje de agua hay en dicha bebida? En 2 l de bebida, ¿cuántos litros hay de agua?
- i)** De una caja de 50 cd's, el 2% ha salido defectuoso. ¿Cuántos discos han salido defectuosos?
- j)** De los 28 alumnos de una clase de 1º año de secundaria, 21 han aprobado la asignatura de Matemáticas. ¿Qué porcentaje ha desaprobado?
- k)** Si durante la noche duermes 9 h, ¿qué porcentaje de horas en el día has pasado durmiendo? Y si ves la televisión durante 3 h, ¿qué porcentaje del día estás sentado delante del televisor?
- l)** En el edificio solo 6 familias tienen un perro. Si el porcentaje de familias con perro en este edificio es del 8%, ¿cuántos habitantes tiene el edificio?
- m)** En un edificio viven 30 familias, de las cuales 12 tiene un perro. ¿Qué porcentaje de familias tienen perro?
- n)** Un jugador de básquetbol ha conseguido 15 encestes de 20 lanzamientos. ¿Cuál es su porcentaje de aciertos?
- o)** Ricardo compra durante el black Friday, un lavarropa cuya etiqueta marca \$12.990. Le hacen un descuento del 30 % y le aplican un recargo del 8 %. ¿Cuánto paga por el artículo?
- p)** El precio de un artículo que cuesta \$2.000 este mes sube un 10 % y al mes siguiente un 5 %. ¿Qué porcentaje ha subido en total?
- q)** Una computadora tiene un precio de \$ 16.000. Si se paga en efectivo se realiza un descuento del 15% y si se compra en cuotas se recarga un 20%. Responder:
- ¿Cuánto dinero es el descuento?
 - ¿Cuál es el precio en efectivo?
 - ¿Qué parte del producto se está abonando?
 - ¿Cuánto dinero es el recargo?
 - Si se paga en 12 cuotas iguales. ¿Cuál es el costo de cada cuota?

- r) Un celular se puede pagar en 3 cuotas de \$ 4.600.- sin interés, o en 9 cuotas de \$ 1.932.- c/u. ¿Cuál es el porcentaje de recargo?
- s) Para pintar una casa, hay 80 litros de pintura. Si el 45% es color blanco; 28 litros son de color verde; y el resto es color azul, ¿cuántos litros hay de color azul?
- t) Una campera se compra con un 8% de descuento y se la paga \$ 4.600.- ¿Cuál es el precio de la campera? ¿Cuánto es el descuento realizado?
- u) Completar la tabla. Justificar tus cálculos.

Precio	Descuento	Importe del Dto.	Total a pagar
\$ 250	8%		
\$ 320		\$ 48	
	20%		\$ 368
		\$ 186	\$ 434

v)

Precio	Recargo	Importe del recargo	Total a pagar
\$ 280	5%		
\$ 450			\$ 477
	18%	\$ 99	
		\$ 144	\$ 744

- w) El 45% de los alumnos de un curso son varones y 22 son mujeres. ¿Cuántos alumnos hay en el curso?
- x) Si a un medicamento que cuesta \$200 se le aplica un descuento del 40% y luego al nuevo precio un descuento del 25%, ¿cuánto se termina pagando por dicho medicamento? ¿Es lo mismo si al precio se le aplica un descuento del 65%? ¿Por qué?
- y) De los clientes que concurren habitualmente a la confitería "Las Flores", $\frac{2}{5}$ prefieren tomar el café con un poco de leche, $\frac{1}{5}$ lo prefiere solo y el resto no toma café. A) ¿Qué porcentaje de los clientes toma el café con un poco de leche? B) ¿Qué porcentaje toma el café solo? C) ¿Qué porcentaje no toma café?
- z) Romina tiene un negocio de venta de ropa. Una campera para hombre cuesta \$8.400. Un viernes, Romina decide aumentar el precio de las camperas un 25%. ¿Cuánto costará una campera después del aumento? El lunes siguiente Romina decide bajar el precio de la campera un 25%. ¿Volverá a costar lo mismo que el viernes? ¿Por qué?
- aa) Se paga \$ 1.380 por una factura que tiene un 15% de recargo. ¿Cuál es el valor original?
- bb) Se vende una camisa con el 20% de descuento y cuesta \$2.000, ¿cuál es el precio sin descuento?

16

ECUACIONES

- **Lenguaje coloquial y simbólico.**
- **Expresiones racionales precedidas de un signo negativo**

Ejemplo:

→ Separar en términos

$$\frac{3x + 17}{8} - \frac{1 - 4x}{12} = \frac{1 - x}{4} - \frac{9 + x}{8}$$

→ Aplicar propiedad distributiva de la división

$\frac{3x}{8} + \frac{17}{8} - \left(\frac{1}{12} - \frac{4x}{12}\right) = \frac{1}{4} - \frac{x}{4} - \left(\frac{9}{8} + \frac{x}{8}\right)$	Colocamos el paréntesis (aunque no hace falta) para hacer notar que ese signo negativo afecta a ambos números, que antes formaban la fracción.
--	--

→ Suprimir el paréntesis

$\frac{3x}{8} + \frac{17}{8} - \frac{1}{12} + \frac{4x}{12} = \frac{1}{4} - \frac{x}{4} - \frac{9}{8} - \frac{x}{8}$	Cada término queda con el signo que le corresponde. Notar que los únicos que cambian son los que estaban precedidos del signo menos.
--	--

→ Reorganizamos los términos y despejamos la incógnita

$$\begin{aligned} \frac{3}{8}x + \frac{4}{12}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x &= \frac{1}{4} - \frac{9}{8} - \frac{17}{8} + \frac{1}{12} \\ \frac{13}{12}x &= -\frac{35}{12} \\ x &= -\frac{35}{13} \end{aligned}$$

6) Resolver:

$$1) x^2 - 4\left(x + \frac{1}{4}\right) - 2(x - 0,5) = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$2) -\left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}}\right)^{-2} + (x - 2)^2 = x\left(x - \frac{1}{4}\right)$$

$$3) \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{1}{2}x^2} - 0,25 = -\frac{5}{2} : \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1}$$

$$4) \frac{2x - 3}{x \sqrt{(0,3^2 + 0,4^2)^{-1}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} x$$

$$5) \frac{0,2x}{\frac{1}{3} \sqrt{0,03 \cdot 3}} = \frac{\sqrt{10^2 - 8^2}}{\frac{5^2}{3}x}$$

$$6) \frac{1}{5}(x + 2) \cdot (x - 1) = \frac{1}{5}(x - 1)^2 - \frac{5x - 2^2}{5}$$

$$7) 2x^2 - (2x - 1)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 2(0,5x - 0,3) - \frac{1}{5}(x - 3)$$

$$8) \sqrt[3]{1 - \frac{7}{8}} + x\left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}(2x - 0,25)$$

$$9) \frac{2}{3} \sqrt[3]{2x^2} - 0,5 = \frac{1}{3} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$10) \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{2}\right)^0}{0,9x} = \frac{x : 2}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$11) \frac{2x - \frac{1}{2}}{\frac{2^2}{5}x^2} = \frac{(0,6 \cdot 2 - 1) : (-0,2)^2}{2x - \frac{1}{2}}$$

$$12) 1,2 - \frac{x - 2}{\frac{1}{3}} + x^2 = \left(-\frac{5}{4}\right)^{-1} - (x - 3)\left(0,3 - x\right)$$

$$13) x^2 - 2(x + 1,5) = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) + 3\left(x + 0,3\right)$$

$$14) (x + 2) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) + 3,5 = x^2 - 4\left(-x - \frac{3}{2}\right)$$

$$15) \frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{1}{3}x^2} - 1,25 = \frac{5}{3} : \left(-\frac{3}{5}\right)^{-1}$$

$$16) -\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - 3(x - 1)^2 = \frac{5}{2}x + (-6x + 3)\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 0,3 + 2^0$$

$$17) (x - 1)\left(x + \frac{1}{3}\right) - 4\left(x - \frac{2}{3}\right) = x^2 - 3\left(x - \frac{1}{3}\right) + 1$$

$$18) x^2 - (x + 1)\left(x - \frac{1}{3}\right) = (x - 1) - 2\left(x - \frac{1}{2}\right) - 1$$

$$19) \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} - \frac{(1 - 3x)^2}{2} = x \cdot \left(4 - \frac{9}{2}x\right) + \sqrt{-1 + \frac{25}{9}}$$

$$20) (x + 0,2) \cdot (x - 1) = (x + 1)^2 - \frac{4x - 1}{5}$$

$$21) \frac{\sqrt[3]{1-\frac{7}{8}}}{2x+1} = \frac{2x+1}{\sqrt{10^2-6^2} \cdot x^2}$$

$$23) \frac{9}{4} \cdot \sqrt[3]{3x^2} - 0,5 = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$25) \frac{x-\frac{1}{5}}{0,5} - 3 \cdot \left(x+\frac{1}{2}\right) = (x-0,5) \left(x-\frac{1}{5}\right) - x^2$$

$$27) -\frac{(2x-3)^2}{3} + \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} = \frac{x}{3} \cdot (3-4x) + \left(\frac{10}{9}\right)^{-1}$$

$$29) \left[\left(\frac{1}{1-\frac{1}{3}}\right)^{-1} + \frac{1}{3} \right] \cdot x^2 = (x+1)^2 - \sqrt[3]{\frac{7}{8}-1}$$

$$31) \frac{\sqrt{0,04} + \sqrt{0,01}}{0,1x} = \frac{x \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}}{\sqrt[3]{0,027}}$$

$$33) (x-3)^2 = \sqrt{\left(\frac{1}{81}\right)^{-1}} + \left(x+0,2\right) \cdot (x-1) - 6x$$

$$35) x^2 - 4 \left(x + \frac{1}{4}\right) - 2(0,75 - x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$22) \frac{0,3 \cdot X}{\sqrt{1-\frac{4}{9}} : 0,5} = \frac{3^{-2}}{0,1 \cdot X}$$

$$24) 0,1 + (x-0,6)^2 = \frac{2}{3} - x(2-x)$$

$$26) \left(\frac{0,5}{1-\frac{1}{2}}\right)^{-2} + x \left(x+0,3\right) = \left(x-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$28) \frac{1}{2}(2x-3) + \left(x-\frac{1}{2}\right) \left(x+\frac{1}{4}\right) = x^2 - 0,25 \cdot (x+1)$$

$$30) (x-2) \left(\frac{1}{2}-x\right) - \frac{3+2x}{2} = \frac{(x-1)^2}{(-1)^3}$$

$$32) \left(x-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(x+0,3\right) = \left(x-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{6x-3}{3}$$

$$34) \frac{4x-\frac{1}{2}}{2x+\frac{1}{4}} = \frac{2x+1}{x+2}$$

$$36) \frac{x \cdot \sqrt[3]{3^{-2} \cdot \frac{1}{3}}}{x+4} = \frac{(0,1 : \sqrt{0,2^2}) \cdot x}{\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}}$$

Respuestas:

$$1) S = \left\{ \frac{1}{24} \right\} \quad 2) S = \{1\} \quad 3) S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\} \quad 4) S = \left\{ \frac{3}{4} \right\} \quad 5) S = \left\{ -\frac{3}{5}; \frac{3}{5} \right\} \quad 6) S = \left\{ \frac{7}{8} \right\} \quad 7) S = \left\{ \frac{5}{12} \right\}$$

$$8) S = \{ \} \quad 9) S = \left\{ -\frac{1}{4}; \frac{1}{4} \right\} \quad 10) S = \left\{ -\frac{20}{3}; \frac{20}{3} \right\} \quad 11) S = \left\{ \frac{1}{8} \right\} \quad 12) S = \{-21\} \quad 13) S = \left\{ -\frac{3}{4} \right\}$$

$$14) S = \left\{ -\frac{7}{5} \right\} \quad 15) S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right\} \quad 16) S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\} \quad 17) S = \left\{ \frac{1}{5} \right\} \quad 18) S = \{-4\} \quad 19) S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

$$20) S = \left\{ -\frac{7}{10} \right\} \quad 21) S = \left\{ -\frac{1}{4} \right\} \quad 22) S = \left\{ -\frac{10}{9}; \frac{10}{9} \right\} \quad 23) S = \left\{ -\frac{1}{9}; \frac{1}{9} \right\} \quad 24) S = \left\{ \frac{1}{6} \right\}$$

$$25) S = \left\{ -\frac{20}{3} \right\} \quad 26) S = \left\{ -\frac{9}{16} \right\} \quad 27) S = \left\{ \frac{3}{10} \right\} \quad 28) S = \left\{ \frac{11}{8} \right\} \quad 29) S = \left\{ -\frac{3}{4} \right\} \quad 30) S = \{-3\}$$

$$31) S = \left\{ -\frac{3}{10}; \frac{3}{10} \right\} \quad 32) S = \left\{ \frac{11}{24} \right\} \quad 33) S = \left\{ -\frac{2}{7} \right\} \quad 34) S = \left\{ \frac{1}{4} \right\} \quad 35) S = \left\{ -\frac{9}{8} \right\} \quad 36) S = \{0\}$$

7) Resuelve los siguientes problemas planteando una ecuación

- a) La quinta parte de un número más cuatro es igual a 1/3 menos el duplo de dicho número. ¿Cuál es el número?
- b) Si a un número se le suma su mitad y a este resultado se le resta el mismo número disminuido en tres, se obtiene cero. ¿Cuál es ese número?

- c) La tercera parte de un poste se pinta de rojo, la cuarta parte de verde y quedan 5m sin pintar. ¿Cuál es la altura del poste?
- d) En una batalla naval, los enemigos capturaron $\frac{1}{5}$ de los barcos. La mitad del resto fue hundida y 40 naves volvieron al puerto. ¿Cuántos barcos fueron capturados y cuántos hundidos?
- e) Romina, Luciana, Lucas y David ganaron en una rifa \$612.- El premio se repartió de la siguiente manera: Romina recibe el doble de lo que recibe Luciana, a ésta le corresponde la tercera parte de lo que recibe Lucas, y a David le darán lo mismo que a Romina más la mitad de los que recibe Luciana. ¿Cuánto dinero recibe cada uno?
- f) La diferencia entre el duplo de un número y $\frac{2}{3}$ es igual a la tercera parte del mismo. ¿Cuál es el número?
- g) El dueño de un campo destina los $\frac{2}{3}$ a sembrar, $\frac{1}{5}$ del terreno restante lo destina a la cría de ganado y el 50% del terreno que queda lo destina al cultivo de frutales, quedando 300m² del campo sin utilizar. ¿Cuál es el área del campo?
- h) La suma entre la cuarta parte de un número y la tercera parte de su doble es $\frac{11}{3}$. ¿Cuál es el número?
- i) Sofía, Oriana y Juliana hacen un viaje en automóvil y cada una maneja durante una parte del trayecto. Sofía maneja durante el primer quinto del recorrido, Oriana durante un tercio de lo que le falta y Juliana 720 km ¿Qué distancia recorrieron en total?
- j) Araceli es carpintera y tiene que construir una valla de madera para un jardín triangular. Para ello tiene que calcular la longitud de los lados. Sabe que el jardín es un triángulo isósceles de 200 cm de perímetro y que los lados iguales miden la mitad del lado desigual. ¿Cuánto miden los lados?